Téléinformatique & Protocoles

TD2 : Théorie du signal

Exercice 1
A quoi correspondent en grandeurs réelles les rapports suivants : 10 dB, 3 dB, 40 dB, 37 dB ?

Exercice 2
Quelles sont en dB les valeurs des rapports P_S/P_B : 2000, 500, 100 000 ?

Exercice 3

1. Quel est le débit binaire D d'une voie de transmission émettant un signal binaire à chaque signal d'horloge d'une horloge de période T ? Application numérique : $T = 10$ ms.
2. Si Δ représente l'intervalle significatif d'un support de transmission, quelle est la rapidité de modulation R disponible sur ce support ? Application numérique : $\Delta = 100$ ms.
3. Le signal transmis sur le support précédent à une valence V. Quel est le débit binaire D disponible ? Exprimez cette grandeur en fonction de Δ et de V. Application numérique : $V = 16$, $\Delta = 10$ ms.

Exercice 4

1. Quelle est la rapidité de modulation nécessaire pour qu'un signal ait un débit binaire de 2400 bit/s, sachant que les signaux transmis sont binaires ?
2. Quelle doit être la valeur minimale du rapport signal/bruit permettant d'obtenir ce même débit binaire si la largeur de la bande passante de la liaison est de 1 000 Hz ?
3. Quel serait le résultat de la question 1 si au lieu d'avoir un signal bivalent nous utilisions un signal quadrivalent ?

Exercice 5
Soit un support de transmission caractérisé par ses fréquences extrêmes : 60 kHz - 108 kHz et par un rapport signal/bruit de 37 dB.

1. Quel est le débit binaire théorique pouvant être obtenu sur ce support ?
2. Même question avec un rapport signal/bruit de 40 dB.
3. Comparez les résultats précédents.

Rappel sur les séries de Fourier

Une fonction $s(t)$ périodique de fréquence f, régulière par morceaux, peut être décomposée en une série de Fourier :

$$s(t) = \frac{c}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin(2\pi n f t) + b_n \cos(2\pi n f t)$$

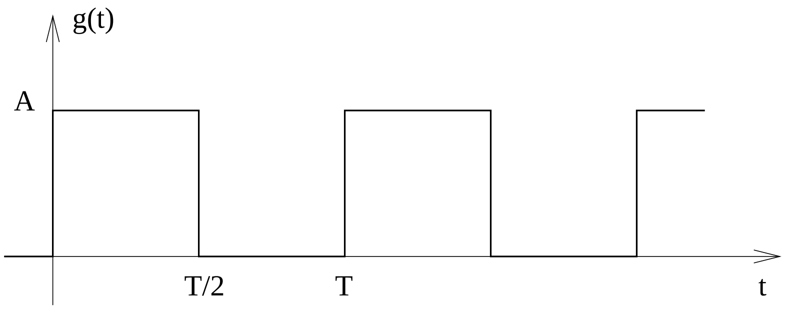

FIG. 1: Un signal carré $g(t)$ de période T.

où :

$$\begin{aligned} c &= \frac{2}{T}\int_0^T s(t)dt \\ a_n &= \frac{2}{T}\int_0^T s(t)sin(2\pi nft)dt \\ b_n &= \frac{2}{T}\int_0^T s(t)cos(2\pi nft)dt \end{aligned}$$

L'intérêt des séries de Fourier (dans le contexte de ce TD) est simplement de montrer que les signaux ont un certain encombrement dans l'espace des fréquences et que, même pour transmettre des signaux numériques, il faut une certaine largeur de bande.

Exercice 6

On veut faire passer sur un canal un signal binaire avec une période d'horloge de $T/2$. On admettra que pour qu'un tel signal (non nécessairement périodique) puisse passer sur le canal, il faut et il suffit que le canal puisse véhiculer d'une part un signal constant (000000000... ou 111111...) et d'autre part qu'il puisse véhiculer un signal qui change de valeur à chaque top d'horloge (1010101010...). Ce dernier signal est un signal carré $g(t)$ de période T (cf. figure 1).

1. Calculer la série de Fourier de $g(t)$.
2. Supposons que la bande passante du medium est de $[0, 10; 1kHz]$. Quel est le nombre d'harmoniques qui passent si $T = 1ms$?
3. Même question pour $T = 10ms$ et $T = 0.1ms$.
4. A présent, supposons que $T = 1ms$ et prenons différents media avec différentes bandes passantes. Combien d'harmoniques passent sans atténuation si la bande passante du medium est l'intervalle $[0; 4kHz]$?
5. Même question pour une bande passante de $[0; 500Hz]$ $[0; 31kHz]$, $[1, 2kHz; 50kHz]$?
6. Dans cet exercice, on supposera que N harmoniques suffisent pour représenter le signal si et seulement si :

   $$(a_{N+1}^2 + b_{N+1}^2) + (a_{N+2}^2 + b_{N+2}^2) + (a_{N+3}^2 + b_{N+3}^2) + ... \leq 0.02 \cdot A^2$$

   On sait que :

   $$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{(2i+1)^2} = \frac{\pi^2}{8}$$

   Question : Montrer qu'il faut environ 10 harmoniques pour que $g(t)$ soit reçu convenablement.
7. Donner la largeur minimale de la bande passante du medium capable de véhiculer un tel signal.