Téléinformatique & Protocoles
TD4 : Multiplexage

Corrigé

Exercice I

1. Chaque échantillon peut avoir 1024 niveaux différent donc il véhicule une information de 10 bits. D'après Nyquist, pour transmettre un signal dont le spectre est $[16Hz, 20kHz]$ il faut une rapidité de modulation de $R = 2(20000 - 16) \approx 2 \times 20000 = 40000 bauds$.

   Donc si on véhicule 40000 échantillons par seconde et que chaque échantillon porte 10 bits, le débit binaire devient : $40000 \times 10 = 400000$ bit/s.
2. Je propose la strucutre triviale par défaut : $Verrouillage|voie1|voie2|...|voie8$ où chaque IT comporte 11 bits (10bits pour les données et 1 bit pour la signalisation)
3. Chaque trame contient un échantillon (10 bits) des 8 voies. Donc les trames se succèdent au rythme de l'échantillonnage des 8 voies i.e. 40000 bauds.

   Or chaque trame comporte 9 IT et chaque IT comporte 11 bits, donc chaque trame comporte 99 bits. D'où un débit de $40000 \times 99 = 3,96.10^6 bit/s$.
4. Les 8 voies basse vitesse portent chacune 400 000 bit/s, alors que la voie haute vitesse porte $3,96.10^6$ bit/s. Donc l'efficacité est de $e = \frac{8 \times 400000}{3,96.10^6} = 0.808$
5. Si la signalisation est hors bande, alors la trame pourra être organisée de la façon suivante :

   $$Verrouillage|voie1|voie2|...|voie8|signalistaion$$

   donc 10 IT comportant chacun 10 bits.
6. Chaque trame comporte ainsi 100 bits. Au rythme de 40 000 trames par seconde, nous obtenons pour la voie haute vitesse un débit de $40000 \times 100 = 4000000 bit/s$
7. L'efficacité sera donc de $e = \frac{8 \times 400000}{4.10^6} = 0.8$

Exercice II

1. Dans tous les cas, un IT est affecté au verrouillage de trame.

   Ici, la signalisation est hors bande, donc un des IT est attribué à la signalisation.

   Enfin lorsqu'on parle d'un débit de 100 bit/s, toute l'information ne passe pas dans la voie haute vitesse, puisque les bits *Start* et *Stop* sont enlevés. Pour chaque groupe de 10 bits sur la voie basse vitesse, seulement 8 bits passent sur la voie haute vitesse. Donc le débit d'information passant à la voie haute vitesse est de $100 \times 8/10 = 80$ bit/s pour les voies 1, 2 et 3, $200 \times 8/10 = 160$ bit/s pour les voies 4 et 5 et $300 \times 8/10 = 240$ bit/s pour la voie 6.

   Pour le reste, plusieurs solutions peuvent être envisagés.

   Première solution Ce sont les voies les plus lentes qui imposent le rythme des trames. On affecte un IT aux voies BV les plus lentes (1, 2 et 3) Mais dans ce cas, il faut attribuer 2 IT aux voies 4 et 5 et 3 IT à la voie 6. Cf figure 1.a.

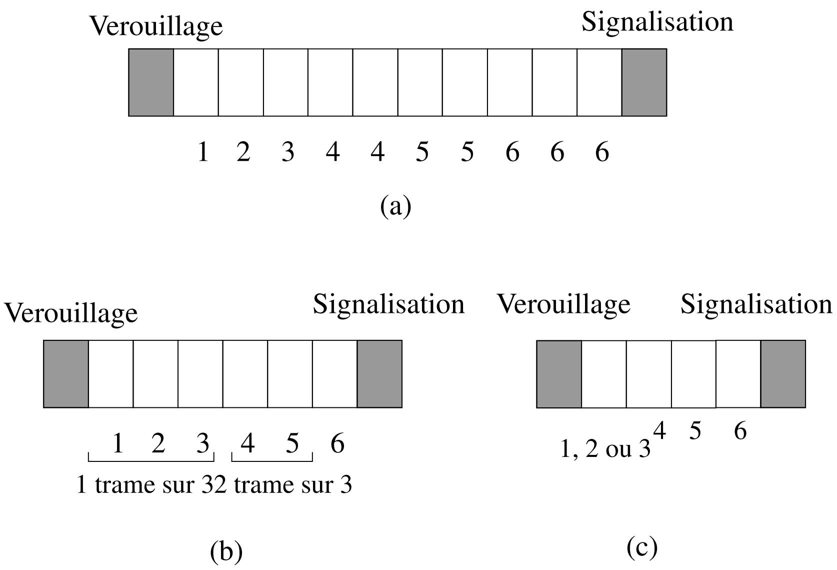

FIG. 1: Trois solutions : (a) On affecte un IT à la voie la plus lente, 2 aux voies 4 et 5 et 3 à la voie 6. (b) On affecte un IT à chaque voie, mais les IT des voies 1, 2 et 3 ne porteront d'information qu'une trame sur 3. Les IT des voies 4 et 5 ne porteront d'information que deux trames sur 3. Enfin (c) Un IT est affecté à la voie 6, un IT sera partagé par les voies 1, 2 et 3 et un IT sera partagé par les voies 4 et 5.

Ainsi chaque trame comporte 12 IT. Chaque IT comporte 8 bits. Donc chaque trame comporte 12×8 bits.

Un débit de 80 bit/s correspond à 80/8 car/s. Or chaque trame de la voie HV contient un caractère de la voie 1 Donc sur la voie HV, les trames se succèdent à un rythme de $80/8$ trames par secondes.

A un rythme de $80/8$ trames par secondes, on obtient sur la voie HV, un débit binaire de $12 \times 8 \times 80/8 =$ 960 bit/s.

Deuxième solution C'est la voie la plus rapide qui impose le rythme des trames. On affecte un IT à la voie la plus rapide, i.e. la voie 6. Aux autres voies, une première solution à vue de nez, consisterait à leur affecter un IT à chacune. Mais dans ce cas, l'IT des voies 1, 2 et 3 ne porterait d'information que sur une trame sur 3. Les IT des voies 4 et 5 ne porterait de l'information que sur une trame sur 3. Cf figure 1.b.

Ainsi chaque trame comporterait 8 IT. Chaque IT comporte toujours 8 bits. Donc chaque trame comporte 8×8 bits.

Un débit de $300 \times 8/10 = 240$ bit/s correspond à 240/8 car/s. Or chaque trame de la voie HV contient un caractère de la voie 6 Donc sur la voie HV, les trames se succèdent à un rythme de $240/8$ trames par secondes.

A un rythme de $240/8$ trames par secondes, on obtient sur la voie HV, un débit binaire de $8 \times 8 \times 240/8 =$ 1920 bit/s.

Troisième solution C'est une amélioration de la solution précédente. On affecte toujours un IT à la voie 6, un IT à la voie 5 et un IT à la voie 4. Ensuite, pour les voies 1, 2 et 3, on utilise un seul IT.

Voici une suite de 6 trames :

(a) $Verrouillage|voie1|voie4|voie5|voie6|signalisation$
(b) $Verrouillage|voie2|voie4|voie5|voie6|signalisation$
(c) $Verrouillage|voie3|rien|rien|voie6|signalisation$
(d) $Verrouillage|voie1|voie4|voie5|voie6|signalisation$
(e) $Verrouillage|voie2|voie4|voie5|voie6|signalisation$
(f) $Verrouillage|voie3|rien|rien|voie6|signalisation$

Cf figure 1.c.

NB. On pourrait proposer une quatrième solution où les voies 4 et 5 partageraient aussi un IT. Mais dans ce cas, il faudrait que les autres IT ralentissent un peu leur rythme.

Ainsi chaque trame comporterait 6 IT. Chaque IT comporte toujours 8 bits. Donc chaque trame comporte 6×8 bits.

Sur la voie HV, les trames se succèdent toujours à un rythme de $240/8$ trames par secondes.

A un rythme de $240/8$ trames par secondes, on obtient sur la voie HV, un débit binaire de $6 \times 8 \times 240/8 = 1440$ bit/s.

2. Lorsque la signalisation est *dans la bande*, alors les différentes solutions sont les mêmes, sauf qu'ici,
   - Aucun IT n'est consacré à la signalisation
   - Les IT comportent non plus 8 mais 9 bits.

   Première solution Chaque trame contient un IT de la voie 1. Donc nous avons 100/8 trames par seconde. Chaque trame comporte 11 IT, qui, chacun comportent 9 bits. Donc chaque trame comporte $11 \times 9 = 99$ bits. Avec un rythme de 80/8 trame/s on obtient sur la voie HV $11 \times 9 \times 80/8 = 990$ bit/s.

   Deuxième solution Chaque trame contient un IT de la voie 6. Donc nous avons 240/8 trames par seconde. Chaque trame comporte 7 IT, qui, chacun comportent 9 bits. Donc chaque trame comporte $7 \times 9 = 63$ bits. Avec un rythme de $240/8$ trame/s on obtient sur la voie HV $7 \times 9 \times 240/8 = 1890$ bit/s.

   Troisième solution Chaque trame contient toujours un IT de la voie 6. Donc nous avons 240/8 trames par seconde. Chaque trame comporte 5 IT, qui, chacun comportent 9 bits. Donc chaque trame comporte $5 \times 9 = 36$ bits. Avec un rythme de $240/8$ trame/s on obtient sur la voie HV $5 \times 9 \times 240/8 = 1350$ bit/s.

3. Nous allons calculer l'efficacité e pour chacune des trois solutions proposées à la question 1.

   L'efficacité est la somme des débits binaires des voies BV (moins les bits *Start* et *Stop*) divisé par le débit binaire total de la voie HV.

   Première solution
   $$e = \frac{0.8 \times (100 + 100 + 100 + 200 + 200 + 300)}{960} = 0.83$$

   Deuxième solution
   $$e = \frac{0.8 \times (100 + 100 + 100 + 200 + 200 + 300)}{1920} = 0.417$$

   Troisième solution
   $$e = \frac{0.8 \times (100 + 100 + 100 + 200 + 200 + 300)}{1440} = 0.556$$

4. Même chose pour le cas où la signalisation est *dans la bande* (cf question 2.)

   Première solution
   $$e = \frac{0.8 \times (100 + 100 + 100 + 200 + 200 + 300)}{990} = 0.808$$

   Deuxième solution
   $$e = \frac{0.8 \times (100 + 100 + 100 + 200 + 200 + 300)}{1890} = 0.423$$

   Troisième solution
   $$e = \frac{0.8 \times (100 + 100 + 100 + 200 + 200 + 300)}{1350} = 0.593$$

5. On a affecté un IT à la voie la plus rapide, donc les trames se succèdent au rythme de $240/8$ trame/s. L'IT de signalisation porte d'abord sur la voie 0, puis 1, puis 2, puis 3, ... puis 6. C'est après 7 trames qu'on revient à la signalisation d'une voie donnée. Donc la signalisation d'une voie donnée revient $240/8/7 = 240/56 = 4.29$ fois par seconde. Ce qui correspond à une durée de 0.23 secondes entre deux signalisations successives d'une même voie.

Exercice III

Une fois modulée la fréquence minimale pour la voie basse vitesse i sera $f_i - \omega$ et la fréquence maximale sera $f_i + \omega$.

Pour que la transmission soit possible, il faut d'abord qu'il ne puisse pas y avoir de recouvrement. Donc la fréquence minimale f_i^{min} pour la voie i doit être supérieure à la fréquence maximale f_{i-1}^{max} pour la voie $i-1$.

$$\begin{aligned} f_i^{min} &= f_i - \omega = 600 + (i-1) \cdot 480 - 60 \\ f_{i-1}^{max} &= f_{i-1} - \omega = 600 + (i-2) \cdot 480 + 60 \\ f_i^{min} - f_{i-1}^{min} &= 480 - 60 - 60 = 360 > 0 \\ &\Leftrightarrow f_i^{min} > f_{i-1}^{min} \end{aligned}$$

Donc il n'y a effectivement pas chevauchement des spectres.

Ensuite il faut aussi que la fréquence minimale et maximale de cet ensemble de signaux modulés appartiennent à la bande passante de la ligne téléphonique $[300, 3400]$.

$$\begin{aligned} f_1^{min} &= f_1 - \omega = 600 - 60 = 550Hz > 300Hz \\ f_6^{max} &= f_6 - \omega = 600 + 5 \cdot 480 + 60 = 3060Hz < 3400Hz \end{aligned}$$

Donc le signal peut passer sur une ligne téléphonique.

Exercice IV

1. Les voies basse-vitesse ont le même débit. Donc on prendra la trame habituelle où chaque voie dispose d'un IT :

   $$Verouillage|voie1|voie2|...|voie100|signalisation$$

   chaque IT comportera donc 8 bits. Accessoirement, chaque trame comportera donc $8 \times 102 = 816$ bits.

2. Chaque voie à basse vitesse a un débit de 110 bit/s. L'information utile véhiculée (les 110 bit/s moins les bits *Start* et *Start*) correspond à un débit de $110 \times 8/11 = 80$ bit/s. Ceci revient à un débit de 10 car/s.

   Chaque trame porte un caractère de chaque voie, donc les trames devraient se succéder au moins à une vitesse de 10 trame/s. Chaque trame comporte 816 bits. Donc le débit minimal sur la voie HV est de 8160 bit/s.

   Si le débit réel est inférieur à cette valeur, alors le multiplexage s'accompagne d'une perte d'information.

3. 9600 > 8160 bit/s. Donc avec un débit de 9600 bit/s il n'y a pas de perte d'information.

4. Sur chaque voie BV le débit utile est de 80 bit/s. Il y a 100 voies BV. D'autre part le débit sur la voie HV est de 9600. Donc l'efficacité e est de :

   $$e = \frac{100 \times 80}{9600} = 0.83$$

5. Le rythme de succession des trames est donné par le rythme de l'arrivée des données sur les voies basse vitesse. Donc le rythme est toujours de 10 trames/s.

6. Le débit de la voie haute vitesse est de 9600 bit/s et le rythme d'arrivée des trames est de 10 trames/s. Donc tant que les trames sont plus courtes que 960 bits, tout va bien. Avec la nouvelle structure de la trame, celle-ci contient non plus 816 bits, mais $816 + 6 \times 8 = 864$ bits. Donc en reste encore en deçà de la limite. Donc on reste compatible.

   Je ne comprends pas pourquoi dans le livre on considère qu'il n'y a plus compatibilité ...

7. La longueur de la trame est de 108 + 13 = 121 octets = 968 bits. La vitesse minimale de l'occurrence des trames est toujours de 10 trame/s. Donc le débit minimal nécessaire sur la voie HV est de $10 \times 968 = 9680$ bit/s.