

# TD d'algorithmique avancée

## TD 3 : multiplications « diviser pour régner »

Jean-Michel Dischler et Frédéric Vivien

### Multiplications « diviser pour régner »

1. Montrez comment multiplier deux polynômes linéaires  $ax + b$  et  $cx + d$  à l'aide de trois multiplications seulement. (*Indication* : l'une des multiplications est  $(a + b)(c + d)$ .)
2. Donnez deux algorithmes « diviser pour régner » permettant de multiplier deux polynômes de degré au plus  $n$  et s'exécutant en  $\Theta(n^{\log_2 3})$ .
  - (a) Le premier algorithme devra couper les coefficients du polynôme d'entrée en deux moitiés, l'une supérieure et l'autre inférieure.
  - (b) Le second algorithme devra séparer les coefficients du polynôme d'entrée selon la parité de leur indice.
3. Montrez que deux entiers à  $n$  bits peuvent être multipliés en  $\Theta(n^{\log_2 3})$  étapes.

### Calcul de $(\cos(nx), \sin(nx))$

Écrire un algorithme prenant en entrée un entier  $n$  et une paire de valeurs réelles qui sont en fait les valeurs du cosinus et du sinus d'un certain angle  $x$ , et renvoyant la paire  $(\cos(nx), \sin(nx))$ . Autrement dit, le deuxième argument de la fonction est une paire  $(a, b)$  telle que  $a = \cos x$  et  $b = \sin x$ . Le schéma de calcul doit être récursif (mais non « diviser pour régner »).

On pourra se servir des formules de trigonométrie suivantes :

$$\begin{aligned}\cos(nx) &= \cos((n-1)x) \cos(x) - \sin((n-1)x) \sin(x) \\ \sin(nx) &= \sin((n-1)x) \cos(x) + \cos((n-1)x) \sin(x)\end{aligned}$$