Un Solveur Adaptatif et Parallèle de l'équation de Vlasov

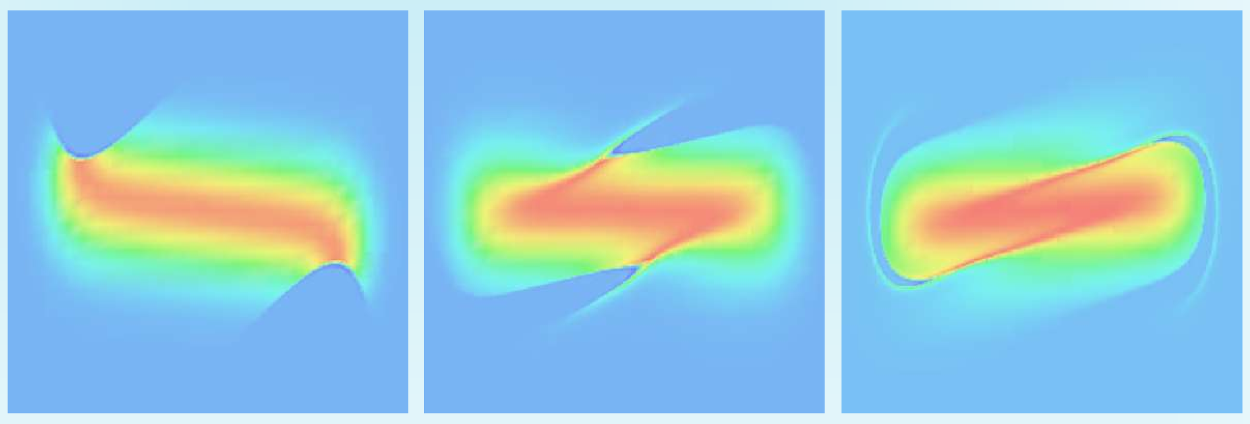
Olivier Hoenen, ICPS - LSIIT
http://math.u-strasbg.fr/calvi/

Contexte

L'équation de Vlasov est une équation aux dérivées partielles (EDP) qui décrit l'évolution en temps et dans l'espace des phases (6D+t) de la distribution des particules sous l'effet de champs électromagnétiques.

$$\frac{\partial f}{\partial t}+v.\frac{\partial f}{\partial x}+E(x,t).\frac{\partial f}{\partial v}=0$$

Elle est utilisée en physique des plasmas et des faisceaux pour simuler des problèmes tels que la fusion thermo-nucléaire controlée. La taille considérable du problème rend nécessaire l'élaboration de nouvelles méthodes de résolution numérique qui soient adaptatives et parallélisables.



Faisceau semi-gaussien de particules sous un champ électrique uniforme

Méthode Numérique

YODA est un solveur adaptatif basé sur le principe semi-Lagrangien (« *la fonction de distribution sont constantes le long des caractéristiques de l'équation* »), les éléments finis hiérarchiques et un maillage adaptatif dyadique (chaque maille peut se décomposer en 2 parties égales selon chaque dimension).

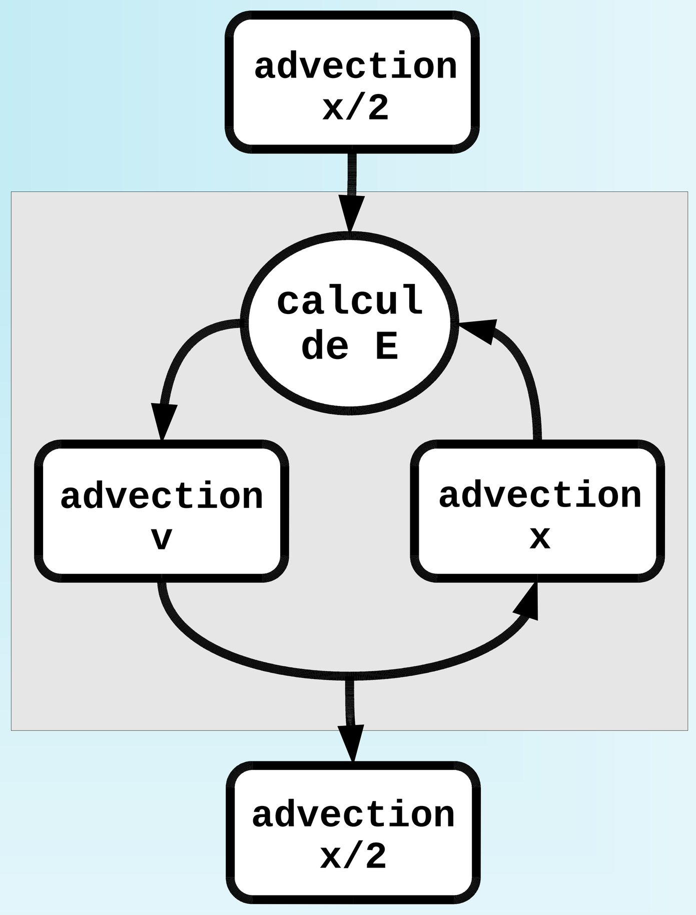
Une *advection* se décompose en :

prédiction : un maillage au nouveau pas de temps est prédit à partir du maillage au pas de temps précédent, en résolvant les caractéristiques de l'équation de Vlasov

évaluation : les valeurs des noeuds du maillage prédit sont calculées par interpolation à partir des valeurs du maillage au temps précédent

compression : on supprime les mailles fines dont les valeurs peuvent être retrouvées par interpolation à partir des valeurs des mailles grossières

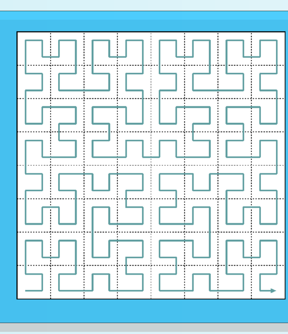
Le schéma de résolution en temps et avec *splitting* de l'advection est alors :



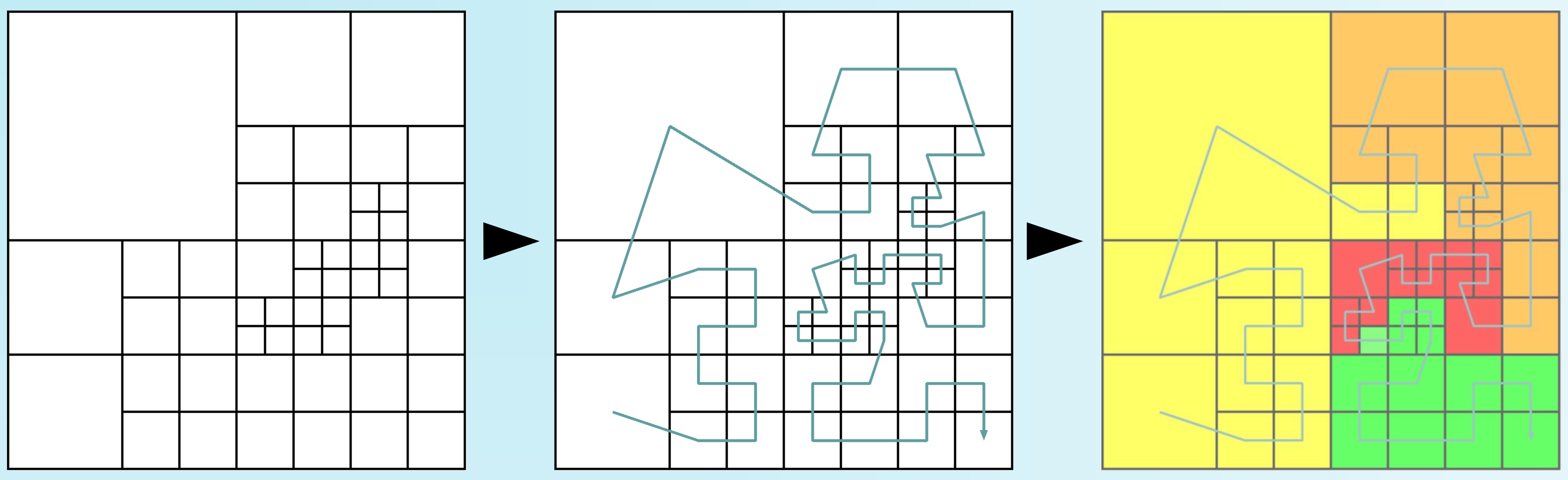
Parallélisation

Si nous considérons le maillage comme une structure de données à accès parallèle, la méthode induit un algorithme data-parallèle. Le schéma de distribution repose sur la notion de *région : c'est* une partie du domaine de calcul définie par une union de mailles. L'ensemble des régions doit former une partition du maillage. Chaque région doit respecter des conditions de forme et d'équilibre. Obtenir une partition optimale du domaine est un problème NP-complet, on choisit donc de ramener le problème nD à un problème 1D au moyen d'une courbe de remplissage de surface.

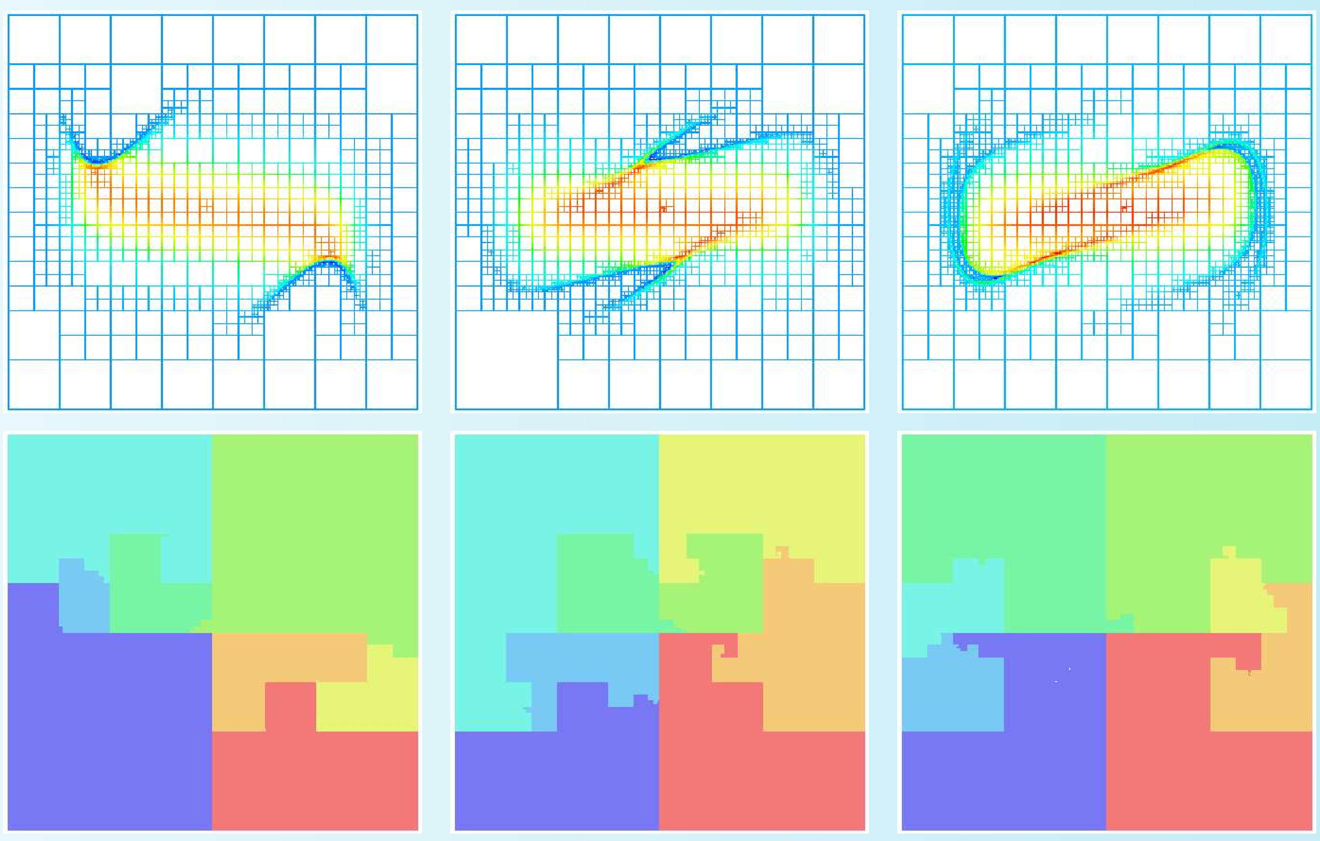
La courbe de Hilbert, ici tracée au 4e ordre sur un maillage uniforme, possède plusieurs propriétés intéressantes : elle est calculable à partir du code de Gray (en base 2, comme le maillage dyadique), elle conserve la localité des éléments, est multirésolution et extensible en dimension.



L'algorithme parallèle revient alors à ordonner les mailles selon la courbe de Hilbert, découper le maillage en régions, puis distribuer les régions sur les processeurs. Enfin, il faut mettre à jour les régions quand un déséquilibre est détecté au cours de la simulation, en migrant les mailles de proche en proche entre les régions voisines.

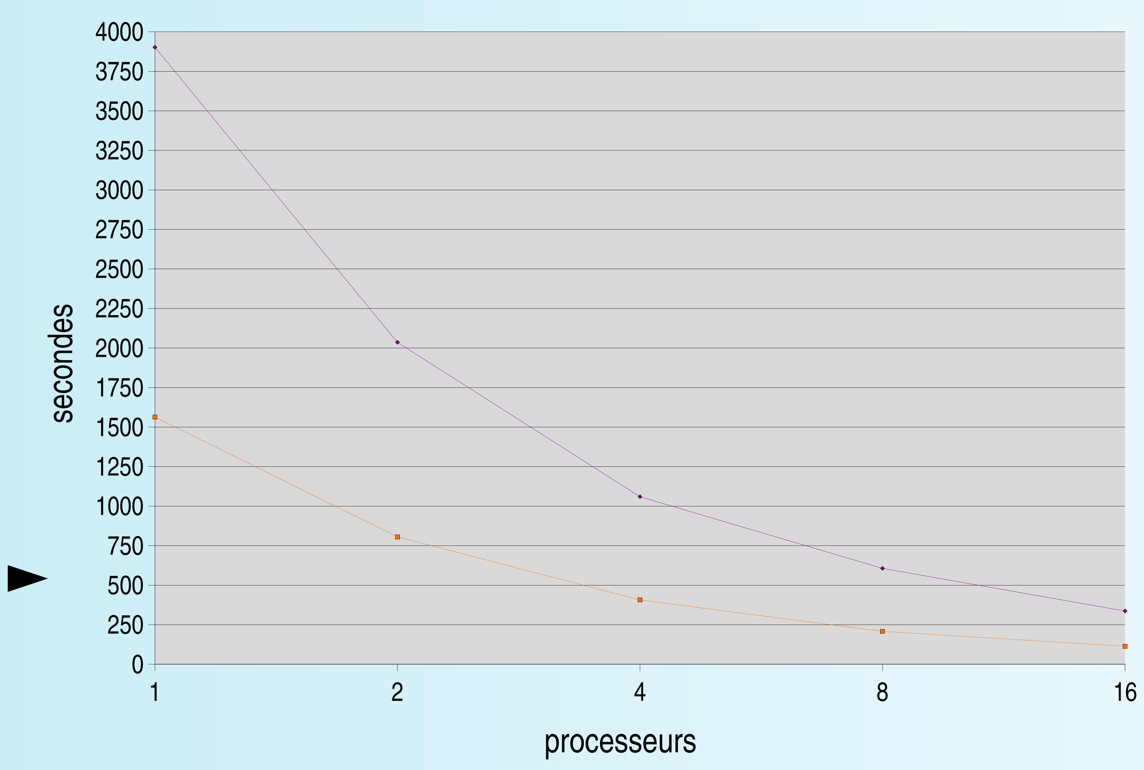


Résultats



◄ État du maillage adaptatif et de la partition du domaine aux étapes de temps 10, 30 et 50.

Temps d'exécution d'une simulation 4D pour une version de base et une version optimisée en 4D du code. ►



Bibliographie

[1] O Hoenen and E Violard, « *Parallélisation d'un solveur adaptatif de l'équation de Vlasov* », RenPar 2005

[2] M Mehrenberger et al., « *A Parallel Adaptive Vlasov Solver Based on Hierarchical Finite Element Interpolation* », ICAP'2004

[3] J.K Lawder and J.H King, « *Using space-filling curves for multi-dimensional indexing* », BNCD'2000